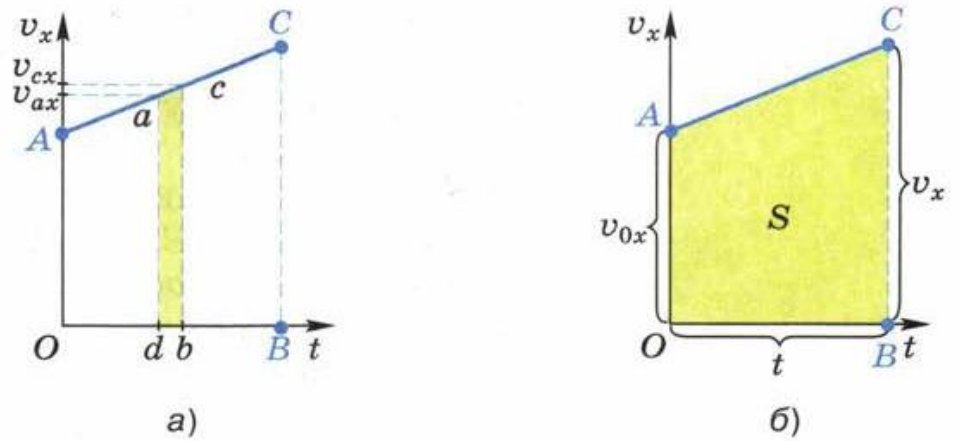


Выведем формулу, с помощью которой можно рассчитать проекцию вектора перемещения тела, движущегося прямолинейно и равноускоренно, за любой промежуток времени. Для этого обратимся к рисунку 14. Как на рисунке 14, *а*, так и на рисунке 14, *б* отрезок *АС* представляет собой график проекции вектора скорости тела, движущегося с постоянным ускорением *a* (при начальной скорости v_0).

Напомним, что при прямолинейном *равномерном* движении тела проекция вектора пе-

Рис. 14. Проекция вектора перемещения тела, движущегося прямолинейно и равноускоренно, численно равна площади S под графиком



ремещения, совершённого этим телом, определяется по той же формуле, что и площадь прямоугольника, заключённого под графиком проекции вектора скорости (см. рис. 6). Поэтому проекция вектора перемещения численно равна площади этого прямоугольника.

Докажем, что и в случае прямолинейного *равноускоренного* движения проекцию вектора перемещения s_x можно определять по той же формуле, что и площадь фигуры, заключённой между графиком AC , осью Ot и отрезками OA и BC , т. е. что и в этом случае проекция вектора перемещения численно равна площади фигуры под графиком скорости. Для этого на оси Ot (см. рис. 14, а) выделим маленький промежуток времени db . Из точек d и b проведём перпендикуляры к оси Ot до их пересечения с графиком проекции вектора скорости в точках a и c .

Таким образом, за промежуток времени, соответствующий отрезку db , скорость тела меняется от v_{ax} до v_{cx} .

За достаточно малый промежуток времени проекция вектора скорости меняется очень незначительно. Поэтому движение тела в течение этого промежутка времени мало отличается от равномерного, т. е. от движения с постоянной скоростью.

В этом случае участок ac графика можно считать горизонтальным, а полоску $acbd$ —

прямоугольником. Значит, площадь этой полоски численно равна проекции вектора перемещения за промежуток времени, соответствующий отрезку db .

На такие полоски можно разбить всю площадь фигуры $OACB$, являющейся трапецией. Следовательно, проекция вектора перемещения s_x за промежуток времени, соответствующий отрезку OB , численно равна площади S трапеции $OACB$ и определяется по той же формуле, что и эта площадь.

Согласно правилу, приведённому в школьных курсах геометрии, площадь трапеции равна произведению полусуммы её оснований на высоту. Из рисунка 14, б видно, что основаниями трапеции $OACB$ являются отрезки $OA = v_{0x}$ и $BC = v_x$, а высотой — отрезок $OB = t$. Следовательно,

$$S = \frac{v_{0x} + v_x}{2} \cdot t.$$

Поскольку $v_x = v_{0x} + a_x t$, а $S = s_x$, то можно записать:

$$s_x = v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$$

$$s_x = \frac{v_{0x} + v_{0x} + a_x t}{2} \cdot t = \frac{2v_{0x}t + a_x t^2}{2} = v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2},$$

$$\text{или } s_x = v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}.$$

Таким образом, мы получили формулу для расчёта проекции вектора перемещения при равноускоренном движении.

По этой же формуле рассчитывают проекцию вектора перемещения и при движении тела с уменьшающейся по модулю скоростью, только в этом случае векторы скорости и ускорения будут направлены в противоположные стороны, поэтому их проекции будут иметь разные знаки.

? Вопросы

1. Пользуясь рисунком 14, *a*, докажите, что проекция вектора перемещения при равноускоренном движении численно равна площади фигуры *OACB*. **2.** Запишите уравнение для определения проекции вектора перемещения тела при его прямолинейном равноускоренном движении.



УПРАЖНЕНИЕ 7

- 1.** Велосипедист съехал с горки за 5 с, двигаясь с постоянным ускорением $0,5 \text{ м/с}^2$. Определите длину горки, если известно, что в начале спуска скорость велосипедиста была равна 18 км/ч .
- 2.** Поезд, идущий со скоростью 15 м/с , остановился через 20 с после начала торможения. Считая, что торможение происходило с постоянным ускорением, определите перемещение поезда за 20 с.
- 3*1.** Приведите формулу $S = \frac{v_{0x} + v_x}{2} \cdot t$ к виду $s_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}$. При необходимости воспользуйтесь указаниями в ответах.